1

母平均 120，母標準偏差 30 をもつ母集団から，大きさ 100 の無作為標本を抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 123 より大きい値をとる確率を求めよ。

母平均 120，母標準偏差 30，標本の大きさ 100 であるから

$\overline{X}$ は近似的に $N\left(120, \frac{30^2}{100}\right)$ すなわち $N(120, 3^2)$ に従う

$Z = \frac{\overline{X}-120}{3}$ とおくと $N(0,1)$ に従う.

$\overline{X} = 123$ のとき　$Z = 1$

$P(\overline{X} > 123) = P(Z > 1)$

$= 0.5 - P(1) = 0.1587$

2

ある県の高校生を母集団とするとき，その身長は平均 165 cm，標準偏差 4 cm の正規分布をなしていた。この母集団から無作為に 64 人の標本を抽出したとき，その標本平均が 164 cm 以上 166 cm 以下である確率を求めよ。

身長 X (cm) は $N(165, 4^2)$ に従うから 大きさ 64 の標本平均 $\overline{X}$ は

近似的に $N\left(165, \frac{4^2}{64}\right)$ すなわち $N\left(165, \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$ に従う

$Z = \frac{\overline{X}-165}{\left(\frac{1}{2}\right)}$ とおくと. $N(0,1)$ に従う

$\overline{X} = 164$ のとき　$Z = -2$

$\overline{X} = 166$ のとき　$Z = 2$

$P(164 \leqq \overline{X} \leqq 166)$

$= P(-2 \leqq Z \leqq 2)$

$= 2P(2) = 0.9544$

3

ある全国共通のテストの成績は平均値 60 点，標準偏差 20 点であったという。また，ある学校では 50 名がこのテストを受けたという。このとき，この 50 名の平均点が 65 点以上，68 点以下である確率を求めよ。ただし，テストは 100 点満点である。

テストの成績 X とすると.

X は. 平均 60，標準偏差 20. 50名の標本平均 $\overline{X}$ は

近似的に $N\left(60, \frac{20^2}{50}\right)$ すなわち $N\left(60, (2\sqrt{2})^2\right)$ に従う

$Z = \frac{\overline{X}-60}{2\sqrt{2}}$ とおくと. $N(0,1)$ に従う

$\overline{X} = 65$ のとき

$Z = \frac{65-60}{2\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{4} \fallingdotseq 1.77$

$\overline{X} = 68$ のとき

$Z = \frac{8}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \fallingdotseq 2.83$

$P(65 \leqq \overline{X} \leqq 68)$

$\fallingdotseq P(1.77 \leqq Z \leqq 2.83)$

$= P(2.83) - P(1.77)$

$= 0.03607$

4

平均 m，標準偏差 σ の正規分布に従う母集団から 4 個の標本を抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が $m-\sigma$ と $m+\sigma$ の間にある確率は何 % であるか。

$\overline{X}$ は近似的に $N\left(m, \frac{\sigma^2}{4}\right)$ すなわち $N\left(m, \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2\right)$ に従う

$Z = \frac{\overline{X}-m}{\frac{\sigma}{2}}$ とおくと. $N(0,1)$ に従う

$\overline{X} = m-\sigma$ のとき

$Z = \frac{m-\sigma-m}{\frac{\sigma}{2}} = -2$

$\overline{X} = m+\sigma$ のとき

$Z = \frac{m+\sigma-m}{\frac{\sigma}{2}} = 2$

$P(m-\sigma < \overline{X} < m+\sigma)$

$= P(-2 < Z < 2)$

$= 2P(2) = 0.9544$

95.44 %

5

体長が平均 50 cm，標準偏差 3 cm の正規分布に従う生物集団があるとする。

(1)　体長が 47 cm から 56 cm までのものは全体の何 % であるか。

(2)　4 つの個体を無作為に取り出したとき，体長の標本平均が 53 cm 以上となる確率を求めよ。

母集団は正規分布 $N(50,\ 3^2)$ に従う

(1) 体長を X とする　$z=\dfrac{X-50}{3}$ とおくと z は $N(0,1)$ に従う.

$X=47$ のとき　$X=56$ のとき

$z=-1$,　$z=2$

$P(47\leqq X\leqq 56)=P(-1\leqq z\leqq 2)$

$=P(1)+P(2)=0.8185$

81.85%

(2) 標本平均 $\overline{X}$ は $N\left(50,\ \dfrac{3^2}{4}\right)$ すなわち $N\left(50,\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^2\right)$ に従う

$z=\dfrac{\overline{X}-50}{\frac{3}{2}}$ とおくと $N(0,1)$ に従う

$\overline{X}=53$ のとき

$z=2$

$P(\overline{X}\geqq 53)=P(z\geqq 2)$

$=0.5-P(2)$

$=0.0228$

6

17 歳の男子の身長は，平均値 170.9 cm，標準偏差 5.8 cm の正規分布に従うものとする。

(1)　17 歳の男子のうち，身長が 160 cm から 180 cm までの人は全体の何 % であるか。

(2)　40 人の 17 歳の男子の身長の平均が 170.0 cm 以下になる確率を求めよ。ただし，$\sqrt{10}=3.16$ とする。

母集団は正規分布 $N(170.9,\ 5.8^2)$ に従う

(1) 身長 X cm とする.

$z=\dfrac{X-170.9}{5.8}$ は $N(0,1)$ に従う

$X=160$ のとき

$z=\dfrac{160-170.9}{5.8}\fallingdotseq -1.88$

$X=180$ のとき

$z=\dfrac{180-170.9}{5.8}\fallingdotseq 1.57$

$P(160\leqq X\leqq 180)\fallingdotseq P(-1.88\leqq z\leqq 1.57)$

$=P(1.88)+P(1.57)=0.9117$

91.17%

(2) 標本平均 $\overline{X}$ は $N\left(170.9,\ \dfrac{5.8^2}{40}\right)$ に従う　$z=\dfrac{\overline{X}-170.9}{\frac{5.8}{2\sqrt{10}}}$ とおくと

$N(0,1)$ に従う.

$\overline{X}=170.0$ のとき

$z\fallingdotseq -0.98$

$P(\overline{X}\leqq 170.0)\fallingdotseq P(z\leqq -0.98)$

$=0.5-P(0.98)$

$=0.1635$

7

高校生 3 万人を対象にした数学のテストの平均は 52 点，標準偏差は 16 点であった。受験者の中から 400 人を任意に選んだとき，この 400 人の平均が 51 点以上である確率を求めよ。

母平均 52, 母標準偏差 16, 標本の大きさ 400

標本平均 $\overline{X}$ は近似的に $N\left(52,\ \dfrac{16^2}{400}\right)$ すなわち $N(52,\ 0.8^2)$ に従う

$z=\dfrac{\overline{X}-52}{0.8}$ とおくと z は $N(0,1)$ に従う

$\overline{X}=51$ のとき

$z=-1.25$

$P(\overline{X}\geqq 51)=P(z\geqq -1.25)$

$=0.5+P(1.25)$

$=0.8944$