## 2－11　二項分布の正規分布による近似

$\boxed{1}$ 1個のさいころを720回投げるとき，6の目の出る回数を $X$ とするとき，$X$ が次の範囲の値をとる確率を，標準正規分布 $N(0,\ 1)$ で近似する方法で求めよ。

(1)　$100 \leqq X \leqq 120$　　　(2)　$X \geqq 130$

Xは、二項分布 $B\left(720,\ \frac{1}{6}\right)$ に従う

$E(X) = 720 \times \frac{1}{6} = 120$，$\sigma(X) = \sqrt{720 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}} = 10$

$Z = \frac{X-120}{10}$ とすると Zは近似的に $N(0,1)$ に従う

(1) $X = 100$ のとき　$X = 120$ のとき

$Z = -2$　　$Z = 0$

$P(100 \leqq X \leqq 120) = P(-2 \leqq Z \leqq 0)$

$= P(2) = 0.4772$

(2) $X = 130$ のとき

$Z = 1$

$P(X \geqq 130) = P(Z \geqq 1)$

$= 0.5 - P(1)$

$= 0.1587$

$\boxed{2}$ 1個のさいころを1620回投げるとき，1の目が出る回数を $X$ とする。$X$ が次の範囲にある確率を求めよ。

(1)　$252 \leqq X \leqq 288$　　　(2)　$\left|\frac{X}{1620} - \frac{1}{6}\right| \leqq \frac{1}{135}$

Xは、二項分布 $B\left(1620,\ \frac{1}{6}\right)$ に従う

$E(X) = 1620 \times \frac{1}{6} = 270$，$\sigma(X) = \sqrt{1620 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}} = 15$

$Z = \frac{X-270}{15}$ とすると Zは近似的に $N(0,1)$ に従う

(1) $X = 252$ のとき

$Z = -1.2$

$X = 288$ のとき

$Z = 1.2$

$P(252 \leqq X \leqq 288) = P(-1.2 \leqq Z \leqq 1.2)$

$= 2P(1.2)$

$= 0.7698$

(2) $\left|\frac{X}{1620} - \frac{1}{6}\right| \leqq \frac{1}{135}$

$(\times 1620)$

$|X - 270| \leqq 12$

$Z = \frac{X-270}{15}$ より

$X - 270 = 15Z$

$|15Z| \leqq 12$

$|Z| \leqq \frac{12}{15} = 0.8$

$-0.8 \leqq Z \leqq 0.8$

$P(-0.8 \leqq Z \leqq 0.8) = 2 \times P(0.8)$

$= 0.5762$

$\boxed{3}$ ある植物の種子の発芽率は80％であるという。この植物の種子を900個まいたとき，次の問いに答えよ。

(1)　750個以上の種子が発芽する確率を求めよ。

(2)　900個のうち $n$ 個以上の種子が発芽する確率が80％以上となるような $n$ の最大値を求めよ。

発芽する個数Xとすると、Xは二項分布 $\left(900,\ \frac{4}{5}\right)$ に従う

$E(X) = 900 \times \frac{4}{5} = 720$，$\sigma(X) = \sqrt{900 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{144} = 12$

$Z = \frac{X-720}{12}$ とすると 近似的に $N(0,1)$ に従う

(1) $X = 750$ のとき

$Z = \frac{30}{12} = 2.5$

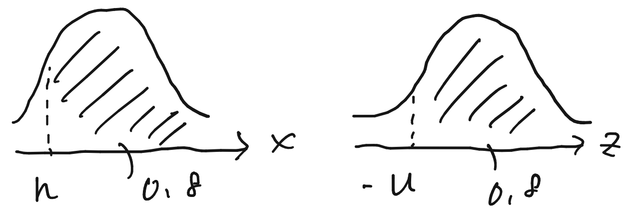
$P(X \geqq 750) = P(Z \geqq 2.5)$

$= 0.5 - P(2.5)$

$= 0.0062$

0.62％

(2)




$u > 0$ とすると

$P(Z \geqq -u) \geqq 0.8$ を満たす

$P(Z \geqq -u) = 0.5 + P(u)$

つまり　$P(u) \geqq 0.3$

ここで $P(0.84) \fallingdotseq 0.3$

$u = -0.84$ のとき

$-0.84 = \frac{X-720}{12}$

$X = 709.92$

よって　709

[4] ある製品の不良率は 0.02 である。この製品の 2500 個中の不良品が次の個数である確率を求めよ。ただし，二項分布は正規分布で近似せよ。

(1)　64 個以上　　(2)　36 個以下　　(3)　36 個以上 64 個以下

不良品の個数 $X$ は 二項分布 $(2500, 0.02)$ に従う

$E(X) = 2500 \times 0.02 = 50$，$\sigma(X) = \sqrt{2500 \times 0.02 \times 0.98} = 7$

$z = \dfrac{X-50}{7}$ とおくと 近似的に $N(0,1)$ に従う

(1) $P(X \geqq 64) = P(z \geqq 2) = 0.5 - P(2) = \underline{0.0228}$

(2) $P(X \leqq 36) = P(z \leqq -2) = 0.5 - P(2) = \underline{0.0228}$

(3) $P(36 \leqq X \leqq 64) = P(-2 \leqq z \leqq 2) = 2 \cdot P(2) = \underline{0.9544}$

[5]「次の 5 つの文章のうち正しいもの 2 つに ○ をつけよ。」という問題がある。いま，解答者 1600 人が各人考えることなくでたらめに 2 つの文章を選んで ○ をつけたとする。このとき，1600 人中 2 つとも正しく ○ をつけた者が 130 人以上 175 人以下となる確率を，小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。

でたらめにつけて 正確する確率は $\dfrac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \dfrac{1}{10}$

正しく ○ をつけた人数 $X$ とおくと $X$ は 二項分布 $(1600, \frac{1}{10})$ に従う

$E(X) = 1600 \times \frac{1}{10} = 160$，$\sigma(X) = \sqrt{1600 \times \frac{1}{10} \times \frac{9}{10}} = 12$

$z = \dfrac{X-160}{12}$ は 近似的に $N(0,1)$ に従う

$P(130 \leqq X \leqq 175)$ を考える

$X = 130$ のとき　　$X = 175$ のとき

$z = -2.5$　　$z = 1.25$

$P(-2.5 \leqq z \leqq 1.25)$

$= P(2.5) + P(1.25)$

$= 0.8882$　　$\underline{0.89}$

[6] さいころを投げて，1，2 の目が出たら 0 点，3，4，5 の目が出たら 1 点，6 の目が出たら 100 点を得点とするゲームを考える。さいころを 80 回投げたときの合計得点を 100 で割った余りを $X$ とする。このとき，$X \leqq 46$ となる確率を求めよ。ただし，$\sqrt{5} = 2.24$ とする。

さいころを 80 回投げたとき 1点，100点，0点 が出た回数 $x, y, z$ とすると，合計点 は $1 \times x + 100 \times y + 0 \times z = x + 100y$

つまり $X = x$ となる。

よって $X$ は 80 回さいころを投げて 3,4,5 の目が出る回数を表すこととなる

$X$ は 二項分布 $(80, \frac{1}{2})$ に従う

$E(X) = 80 \times \frac{1}{2} = 40$，$\sigma(X) = \sqrt{80 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = 2\sqrt{5}$

$z = \dfrac{X-40}{2\sqrt{5}}$ とおくと 近似的に $N(0,1)$ に従う

$X = 46$ のとき

$z = \dfrac{6}{2\sqrt{5}}$

$z \fallingdotseq 1.34$

$P(X \leqq 46) = P\left(z \leqq \dfrac{6}{2\sqrt{5}}\right)$

$\fallingdotseq P(z \leqq 1.34)$

$= 0.5 + P(1.34)$

$= \underline{0.9099}$