1　ある県における高校１年生の男子の体重の平均値は 59.8 kg，標準偏差は 6.9 kg である。この県の高校１年生の男子 25 人を無作為抽出で選ぶとき，25 人の体重の平均 $\overline{X}$ の期待値と標準偏差を求めよ。

$E(\overline{X}) = 59.8$ (kg)

$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{6.9}{\sqrt{25}} = 1.38$ (kg)

2　1，2，2，2，2，3，3，3，4，4 の数字を記入した 10 枚のカードが袋の中にある。これを母集団とし，無作為に１個ずつ４個の標本を復元抽出する。

(1)　母集団分布を求めよ。　(2)　母平均，母標準偏差を求めよ。

(3)　標本平均 $\overline{X}$ の期待値と標準偏差を求めよ。

(1)

X	1	2	3	4	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	1

(2) $m = 1\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{4}{10} + 3\times\frac{3}{10} + 4\times\frac{2}{10} = \frac{13}{5}$

$\sigma = \sqrt{1^2\times\frac{1}{10} + 2^2\times\frac{4}{10} + 3^2\times\frac{3}{10} + 4^2\times\frac{2}{10} - \left(\frac{13}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

(3) $E(\overline{X}) = m = \frac{13}{5}$

$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{21}}{10}$

3　１個のさいころを 70 回投げるとき，出る目の平均を $\overline{X}$ とする。

(1)　母平均，母標準偏差を求めよ。　(2)　$\overline{X}$ の期待値，標準偏差を求めよ。

(1)

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$m = 1\times\frac{1}{6} + 2\times\frac{1}{6} + \cdots + 6\times\frac{1}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

$\sigma = \sqrt{1^2\times\frac{1}{6} + 2^2\times\frac{1}{6} + \cdots + 6^2\times\frac{1}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{35}{12}} = \frac{\sqrt{105}}{6}$

(2) $E(\overline{X}) = \frac{7}{2}$

$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\frac{\sqrt{105}}{6}}{\sqrt{70}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$

4 1，1，2，3，3 の数字を記入した 5 枚のカードが袋の中にある。これを母集団とし，無作為に大きさ 2 の標本 X_1，X_2 を抽出する。

(1)　母集団分布と母平均を求めよ。

(2)　標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を，復元抽出，非復元抽出の各場合について求めよ。

(1)

X	1	2	3	計
P	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

$m = 1\times\frac{2}{5} + 2\times\frac{1}{5} + 3\times\frac{2}{5} = 2$

(2) [復元抽出]

5枚のカードを 1, 1′, 2, 3, 3′ とすると (X_1, X_2) の選び方は $5^2=25$ (通り)

(1, 1), (1, 1′) (1, 2), (1, 3), (1, 3′)

(1′, 1) ・・・・・・・

(2, 1) ・・・・・・・

(3, 1) ・・・・・・・

(3′, 1) ・・・・・・・

標本平均のとる値は 1, 1.5, 2, 2.5, 3

$\overline{X}$	1	1.5	2	2.5	3	計
P	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	1

[非復元抽出]

(X_1, X_2) の選び方は $_5P_2 = 20$ (通り)

(1, 1′), (1, 2), (1, 3), (1, 3′)

(1′, 1), (1′, 2), (1′, 3), (1′, 3′)

・・・・・・・

標本平均のとる値は 1, 1.5, 2, 2.5, 3

$\overline{X}$	1	1.5	2	2.5	3	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

5 (1)　母集団 {1，2，3，3} から復元抽出された大きさ 2 の標本 (X_1, X_2) について，その標本平均 $\overline{X}$ の確率分布を求めよ。

(2)　母集団の変量 x が右の分布をなしている。この母集団から復元抽出によって得られた大きさ 16 の無作為標本を X_1，X_2，……，X_{16} とするとき，その標本平均 $\overline{X}$ の期待値 $E(\overline{X})$ と標準偏差 $\sigma(\overline{X})$ を求めよ。

x	1	2	3	計
度数	11	8	6	25

(1)

X_1 \ X_2	1	2	3	3
1	1	$\frac{3}{2}$	2	2
2	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$
3	2	$\frac{5}{2}$	3	3
3	2	$\frac{5}{2}$	3	3

$\overline{X}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	計
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	

(2) $m = 1\times\frac{11}{25} + 2\times\frac{8}{25} + 3\times\frac{6}{25} = \frac{9}{5}$

$\sigma = \sqrt{1^2\times\frac{11}{25} + 2^2\times\frac{8}{25} + 3^2\times\frac{6}{25} - \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$

$E(\overline{X}) = \frac{9}{5}$,　$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\frac{4}{5}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{5}$