2－17　母比率の推定

標本平均 $\overline{X}$ に対して、母標準偏差を σ とする。標本の大きさ n が大きいとき、母平均 m に対する信頼度 95 %の信頼区間は、

$$\left[\overline{X}-1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

標本の大きさ n が大きいとき、標本比率を R とする。母比率 p に対する信頼度 95 %の信頼区間は、

$$\left[R-1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}},R+1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right]$$

$\overline{X}$ は近似的に $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従う

$$\left[\overline{X}-1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}+1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

R は近似的に $N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$ に従う

さらに、n が大きいときは、R は p に近いとみなしてよいので、

R は近似的に $N\left(R, \frac{R(1-R)}{n}\right)$ に従う。

$$\left[R-1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}, R+1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right]$$

1 ある工場の製品から，無作為抽出で大きさ 800 の標本を選んだところ，32 個の不良品があった。製品全体の不良品の率を信頼度 95 % で推定せよ。

標本の不良品の比率 R とすると

$R=\frac{32}{800}=0.04$，$n=800$ より

$$1.96\times\sqrt{\frac{0.04\times0.96}{800}}\fallingdotseq 0.014$$

$[0.04-0.014,\ 0.04+0.014]$

すなわち $[0.026,\ 0.054]$

2 ある町の有権者 2500 人を無作為に抽出して，A 政党の支持者を調べたところ，625 人であった。この町の A 政党支持率を信頼度 95 % で推定せよ。

標本の A 政党の支持率 R とすると

$R=\frac{625}{2500}=0.25$，$n=2500$

$$1.96\times\sqrt{\frac{0.25\times0.75}{2500}}\fallingdotseq 0.017$$

$[0.25-0.017,\ 0.25+0.017]$

すなわち $[0.233,\ 0.267]$

3 ある町で，1 つの政策に対する賛否を調べる世論調査を，任意に抽出した有権者 400 人に対して行ったところ，政策支持者は 216 人であった。この町の有権者 1 万人のうち，この政策の支持者は何人ぐらいいると推定されるか。95 % の信頼度で推定せよ。

政策支持者の標本比率 R とする

$R=\frac{216}{400}=0.54$, $n=400$

$1.96\times\sqrt{\frac{0.54\times0.46}{400}}\fallingdotseq0.049$

$[0.54-0.049, 0.54+0.049]$

すなわち，

$[0.491, 0.589]$

有権者は1万人なので，

4910人以上
5890人以下

4 ある町の駅で乗降客 400 人を任意に抽出して調べたところ，196 人がその町の住人であった。乗降客中，その町の住人の比率を信頼度 99 % で推定せよ。

標本比率 R は $R=\frac{196}{400}=0.49$

$\sqrt{\frac{0.49\times0.51}{400}}\fallingdotseq0.025$

$[0.49-2.58\times0.025, 0.49+2.58\times0.025]$

$[0.426, 0.555]$

5 ある農園で大量に生産しているリンゴの中から 900 個を無作為に抽出して検査したところ，不良品が 18 個あった。この農園でとれるリンゴの不良品の率 p に対して，信頼度 95 % の信頼区間を求めよ。

標本比率 R は $R=\frac{18}{900}=0.02$

$1.96\times\sqrt{\frac{0.02\times0.98}{900}}\fallingdotseq0.009$

$[0.02-0.009, 0.02+0.009]$

すなわち，

$[0.011, 0.029]$

6 (1) ある高校の 1 年生 100 人について，バス通学者は 64 人であった。これを無作為標本として，この高校の 1 年生全体におけるバス通学者の割合を信頼度 95 % で推定せよ。

(2) ある意見に対する賛成率は約 60 % と予想されている。この意見に対する賛成率を，信頼度 95 % で信頼区間の幅が 8 % 以下になるように推定したい。何人以上抽出して調べればよいか。

(1) 標本比率 R は $R=\frac{64}{100}=0.64$

$\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{100}}=0.048$　$[0.64-1.96\times0.048, 0.64+1.96\times0.048]$

すなわち $[0.546, 0.734]$

(2) 標本の大きさ n，標本比率 R は $R\fallingdotseq0.60$

信頼度 95% の信頼区間の幅は

$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{n}}\leqq0.08$

$\sqrt{n}\geqq\frac{3.92\times\sqrt{0.6\times0.4}}{0.08}$

$n\geqq49^2\times0.24=576.24$

$n=577$

577人以上