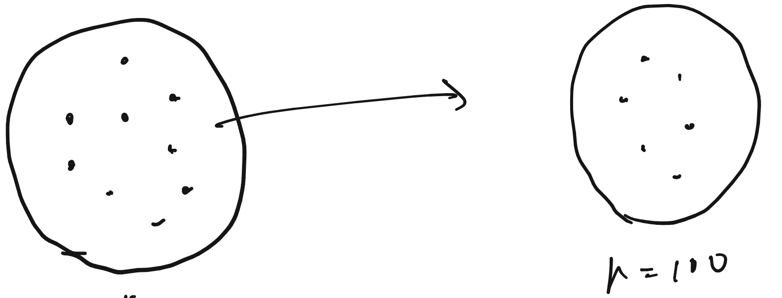
標準偏差が 25.5 の母集団がある。この母集団から 100 個の標本を取り出して調べたところ、その平均値がちょうど 55.0 であった。 100 を十分に大きい数として、母集団の平均の信頼度 95 %での信頼区間を小数第 1 位までで求めよ。
※信頼度 95 %の信頼区間とは、区間推定を繰り返して行った結果、100回中95回母平均を含むことである。



$n=100$

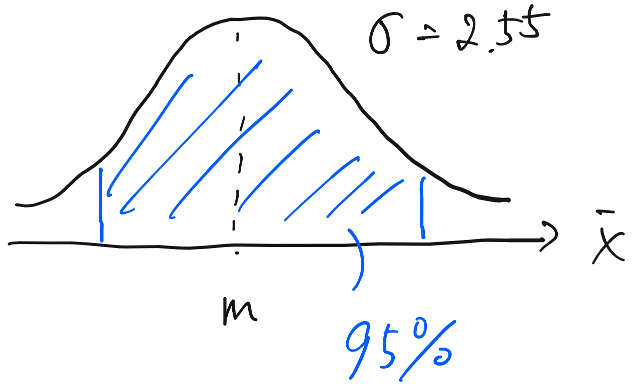
母集団　標本

$\sigma=25.5$　$\bar{x}=55.0$

母平均 m とする

$\bar{X}$ は近似的に $N\left(m, \dfrac{25.5^2}{100}\right)$ に従う

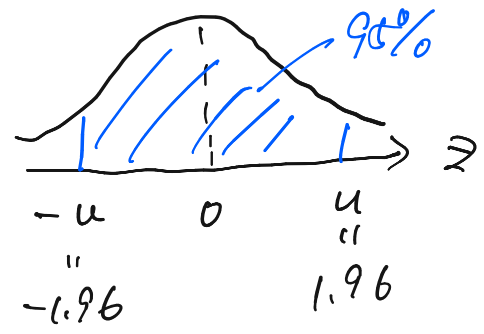
つまり $N(m, 2.55^2)$ に従う



標本平均の55.0が青の範囲に入るような m の範囲を考える

よって、

$$z=\frac{\bar{x}-m}{2.55}$$ とすると z は $N(0,1)$ に従う。



ここで、$P(u)=0.475$ となる u を探すと

$u=1.96$

ここで、$\bar{x}=55.0$ のとき $z=\dfrac{55.0-m}{2.55}$ である

つまり $-1.96 \leqq \dfrac{55.0-m}{2.55} \leqq 1.96$ となればよい

$$-1.96\times 2.55 \leqq 55.0-m \leqq 1.96\times 2.55$$

$$-1.96\cdot 2.55-55.0 \leqq -m \leqq 1.96\times 2.55-55.0$$

$$55.0-1.96\cdot 2.55 \leqq m \leqq 55.0+1.96\cdot 2.55$$

$$55.0-4.998 \leqq m \leqq 55.0+4.998$$

$$50.0 \leqq m \leqq 60.0$$

$[50.0, 60.0]$

標本平均 $\overline{X}$ に対して、母標準偏差を σ とする。標本の大きさ n が大きいとき、母平均 m に対する信頼度 95 %の信頼区間は、

$$\left[\overline{X}-1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

1 ある試験を受けた高校生の中から，100 人を任意に選んだところ，平均点は 58.3 点であった。母標準偏差を 13.0 点として，母平均を信頼度 95 % で推定せよ。

標本平均 58.3，母標準偏差 13.0，大きさ 100 より

$\left[58.3-1.96\times\frac{13}{10},\ 58.3+1.96\times\frac{13}{10}\right]$

$[55.8,\ 60.8]$ ただし，単位は点

2 ある工場で大量生産されている電球の中から無作為に抽出した 25 個について試験したところ，それらの寿命の平均値は 1500 時間であった。製品全体の平均寿命を信頼度 95 % で推定せよ。ただし，製品の寿命は正規分布に従い，標準偏差は 110 時間である。

標本平均 1500，母標準偏差 110，大きさ 25

$\left[1500-1.96\times\frac{110}{5},\ 1500+1.96\times\frac{110}{5}\right]$

$[1456.88,\ 1543.12]$

すなわち $[1457,\ 1543]$ ただし，単位は時間

3 発芽して一定期間後の，ある花の苗の高さの分布は，母平均 m cm，母標準偏差 1.5 cm の正規分布であるとする。大きさ n の標本を無作為抽出して，信頼度 95 % の m に対する信頼区間を求めたところ，[9.81，10.79] であった。標本平均 $\overline{x}$ と n の値を求めよ。

標本平均 $\overline{x}$，母標準偏差 1.5　大きさ n

$\overline{x}-1.96\times\frac{1.5}{\sqrt{n}}=9.81$，$\overline{x}+1.96\times\frac{1.5}{\sqrt{n}}=10.79$

$2\overline{x}=9.81+10.79$

$\overline{x}=10.3$

$10.3-1.96\times\frac{1.5}{\sqrt{n}}=9.81$

$\sqrt{n}=\frac{2.94}{0.49}$，$\sqrt{n}=6$

$n=36$

4 大量に生産されたある製品の中から無作為に抽出した 400 個について，重さを量ったら，平均値 1983 g，標本標準偏差 112 g であった。このとき，この製品の母平均 m g に対して，次の信頼区間を求めよ。

(1)　信頼度 95 % の信頼区間　　(2)　信頼度 99 % の信頼区間

(1) $\left[1983-1.96\cdot\frac{112}{20},\ 1983+1.96\cdot\frac{112}{20}\right]$

$[1972.024,\ 1993.976]$ すなわち $[1972,\ 1994]$

ただし，単位は g

(2) 信頼度99%なので

$P(u)=0.495$ となる

u を探すと

$u=2.58$

$\left[1938-2.58\cdot\frac{112}{20},\ 1938+2.58\cdot\frac{112}{20}\right]$　ただし，単位は g.

$[1968.552,\ 1997.448]$　すなわち $[1969,\ 1997]$