$\boxed{1}$ 3 点 A (1, 0, 2), B (0, 2, 3), C (1, 2, 0) の定める平面 ABC 上に点 P (3, 4, $z$) があるとき，$z$ の値を求めよ。

平面ABC上に点Pがあるので、

$\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ となる実数 $s, t$ がある

$$\begin{pmatrix}2\\4\\z-2\end{pmatrix} = s\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\2\\-2\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}2 = -s\\4 = 2s+2t\\z-2 = s-2t\end{cases}$$

$s = -2,\ t = 4$

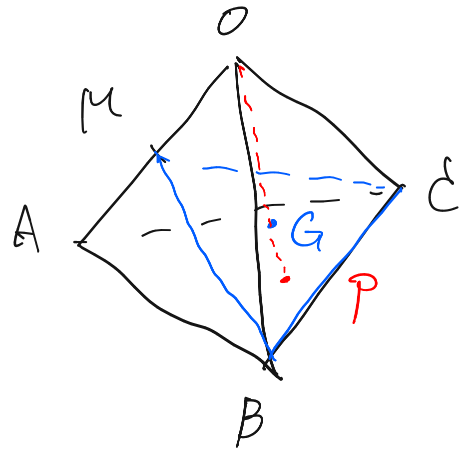
$z-2 = -2-8$

$z = -8$

よって

$z = -8$

$\boxed{2}$ 四面体 OABC において，辺 OA の中点を M，△MBC の重心を G とし，直線 OG と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。




$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}$

$\overrightarrow{OG} = \dfrac{\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}$

$= \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$

点Pは直線OG上にあるから

$\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OG}$ となる実数 $k$ がある

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{6}k\vec{a} + \frac{1}{3}k\vec{b} + \frac{1}{3}k\vec{c}$ …①

また、点Pは平面ABC上にあるので

$\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ となる実数 $s, t$ がある

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + s(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) + t(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA})$

$\overrightarrow{OP} = (1-s-t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$ …②

4点O, A, B, C は同じ平面上にないので

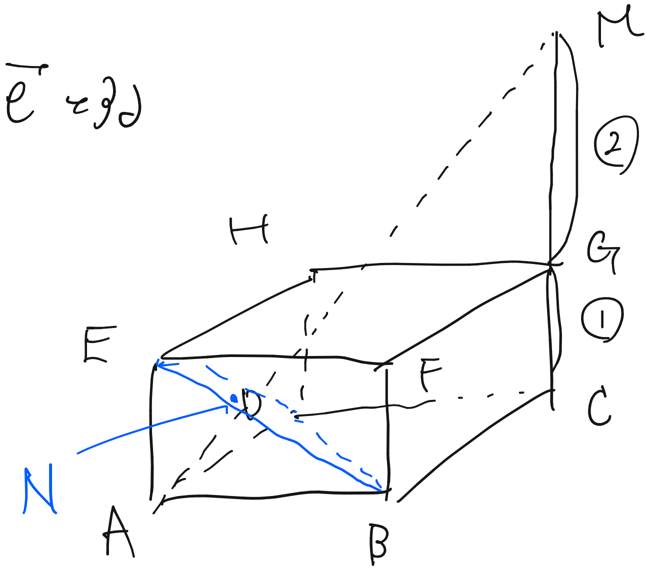
$\frac{1}{6}k = 1-s-t,\ \frac{1}{3}k = s,\ \frac{1}{3}k = t$

これを解くと $k = \frac{6}{5}$

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b} + \frac{2}{5}\vec{c}$

## 2－3空間ベクトル（同一平面基本）

3 平行六面体 ABCD－EFGH において，辺 CG の G を越える延長上に GM＝2GC となるように点 M をとる。直線 AM と平面 BDE の交点を N とするとき，AN：AM を求めよ。




$\vec{AB}=\vec{b}$，$\vec{AD}=\vec{d}$，$\vec{AE}=\vec{e}$ とする

$$\vec{AM}=\vec{b}+\vec{d}+3\vec{e}$$

Nは直線AM上にあるので

$\vec{AN}=k\vec{AM}$ となる実数kがある

$$\vec{AN}=k\vec{b}+k\vec{d}+3k\vec{e} \quad \cdots ①$$

また，Nは平面BDE上にあるので

$\vec{BN}=s\vec{BD}+t\vec{BE}$ となる実数s，tがある。

$$\vec{AN}-\vec{AB}=s(\vec{AD}-\vec{AB})+t(\vec{AE}-\vec{AB})$$

$$\vec{AN}=(1-s-t)\vec{b}+s\vec{d}+t\vec{e} \quad \cdots ②$$

4点 A.B.D.E は同じ平面上にないので

$k=1-s-t$，$k=s$，$3k=t$

これを解くと $k=\frac{1}{5}$ であるから $\vec{AN}=\frac{1}{5}\vec{AM}$

よって AN：AM＝1：5

4 3 点 A (1，0，0)，B (0，2，0)，C (0，0，1) の定める平面 ABC に，原点 O から垂線 OH を下ろす。点 H の座標を求めよ。

点Hは平面ABC上にあるので

$\vec{AH}=s\vec{AB}+t\vec{AC}$ となる実数s，tがある

$$\vec{OH}=(1-s-t)\vec{OA}+s\vec{OB}+t\vec{OC} \quad \cdots ①$$

OH⊥平面ABCより $\vec{OH}\perp\vec{AB}$，$\vec{OH}\perp\vec{AC}$

ここで $\vec{OH}=\begin{pmatrix}1-s-t\\2s\\t\end{pmatrix}$，$\vec{AB}=\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$，$\vec{AC}=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

$\vec{OH}\cdot\vec{AB}=-1+s+t+4s=0$

$\vec{OH}\cdot\vec{AC}=-1+s+t+t=0$

$\Longleftrightarrow \begin{cases}5s+t=1\\s+2t=1\end{cases}$

$-9t=-4$

$t=\frac{4}{9}$，$s=\frac{1}{9}$

したがって

$\vec{OH}=\left(\frac{4}{9},\frac{2}{9},\frac{4}{9}\right)$

<今日のふりかえり>

点H $\left(\frac{4}{9},\frac{2}{9},\frac{4}{9}\right)$